HALDIMANN
1642

Kurzeinstieg zur Zeit-Uhr

https://www.haldimann.swiss/zeit-uhr/

«Meiner Meinung nach birgt die eklatante Kluft zwischen physikalischer und subjektiver oder psychologischer Zeit das grösste ungelöste Rätsel.»

Paul Davies (Physiker)

***Die Zeit-Uhr**, eine Uhr wie keine andere.*

Die Zeit-Uhr erschliesst der menschlichen Wahrnehmung der Zeit eine neue wegweisende Dimension der Darstellung. Die aktuelle Uhrzeit wird in unsere Vorstellung von einem unendlichen Lauf der Zeit eingebettet. Fliessende nichtlineare Zeitspannen von Tagen und Nächten erzählen vom imaginären Werden und Vergehen der Zeit.

Wie nehmen wir den Raum wahr?

Wir messen den Raum durch das Zählen von Raumeinheiten (z.B. m, m^2, m^3). Wir sehen den Raum *perspektivisch* durch unsere Augen.

Wie nehmen wir die Zeit wahr?

Wir messen die Zeit durch das Zählen von Zeiteinheiten (z.B. Sekunden). Wir empfinden die Zeit durch imaginär lange und kurze Zeitspannen.

Erfahren wir die Zeit auch durch eine Art Perspektive?

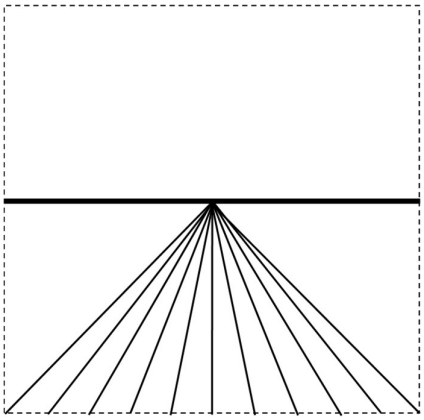
Erkenntnisse der Wahrnehmungspsychologie zeigen die von uns Menschen angeborene Fähigkeit, Zahlen und Raum bildlich durch eine mentale Zahlenlinie zu verknüpfen, welche einer logarithmisch komprimierten Skala folgt. In unserer mentalen räumlichen Vorstellung liegen beispielsweise 110 und 120 näher beieinander als 10 und 20. Erst durch die mathematische Ausbildung erwerben wir das lineare Zahlenverständnis.

Die Psychologie lehrt uns weiter, dass die Imagination von Zeitdauern ebenfalls entlang einer bildlichen mentalen Linie abgebildet wird. Diese sogenannte «Zeitlinie» ist mit der mentalen Zahlenlinie vergleichbar und damit auch logarithmisch komprimiert.

Im Rahmen der Zeit-Uhr wird diese mentale Zeitlinie als imaginäre Zeitperspektive bezeichnet und durch die Bogen einer logarithmischen Spirale abgebildet. Sie basiert also auf der Analogie zu unserer angeborenen Fähigkeit, Zahlen und Raum mental bildlich zu verknüpfen und ist damit nicht zu verwechseln mit der wohlerforschten subjektiven, ereignis- und altersabhängigen Zeitempfindung.

HALDIMANN
1642

Wie bilden wir die Raumperspektive ab?

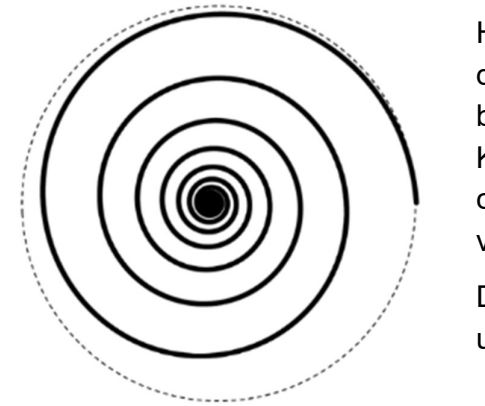


Wir bilden die Raumperspektive durch perspektivisches Zeichnen mit Fluchtpunkten und durch perspektivisches Fotografieren ab.

Raumperspektive

Zentralperspektive seit der Renaissance, 15. Jahrhundert

Wie bildet HALDIMANN die imaginäre Zeitperspektive ab?



HALDIMANN bildet die imaginäre Zeitperspektive durch eine logarithmische Spirale, eine spira mirabilis («Wunderspirale») ab. Diese faszinierende Kurve zeigt sich in der Natur immer wieder (Schneckenhäuser, Grundformen in Pflanzen, Strukturen von Wirbelstürmen und Galaxien etc.).

Details können dem mathematischen Modell (vgl. unten) entnommen werden.

Zeitperspektive

Modell der HALDIMANN Zeit-Uhr, 2021

HALDIMANN
1642

Die Zeit-Uhr

Die Gegenwart ist.

Die Zukunft kommt und vergeht.

Die Vergangenheit wird und geht.

Die **Zeit-Uhr H51** bietet eine einzigartige Zeiterfahrung, welche geprägt ist durch wertvollste Materialien, erstklassige Uhrmacherkunst auf höchstem Niveau, Philosophie, Wahrnehmungspsychologie, Mathematik und Ästhetik. Die Zeit-Uhr, eine Uhr wie keine andere!

Stundenzeiger

Der Stundenzeiger bildet die **lineare** physikalische Zeit ab.

Ein Kreis, Grenzfall einer logarithmischen Spirale, rotiert zweimal im Tag wie ein herkömmlicher Stundenzeiger. Die rote Markierung zeigt die aktuelle Uhrzeit.

Suspiratenzeiger

Der Suspiratenzeiger bildet die **logarithmische** Wahrnehmung von imaginären Zeitdauern ab.

Zwei halbabgedeckte logarithmische Spiralen rotieren gegenläufig zweimal im Tag im Gleichtakt mit dem Stundenzeiger. Sie erzeugen den Eindruck von kommender und vergehender Zukunft sowie von werdender und gehender Vergangenheit.

Der Zukunftszeiger zeigt **am Vormittag** mit der Länge des äussersten Spiralbogens die imaginär noch verbleibende Zeitdauer **bis Mittag** und mit den übrigen Spiralbogen die unendlich vielen imaginär kommenden zukünftigen Abende und Vormittage. Die rote Markierung am Ende des äussersten Spiralbogens zeigt dabei die eingebettete aktuelle Uhrzeit.

Am Mittag, 12:00 Uhr, wechselt der Fokus von «Vormittag» zu «Nachmittag».

Der Vergangenheitszeiger zeigt **am Nachmittag** mit der Länge des äussersten Spiralbogens die imaginär schon vergangene Zeitdauer **seit Mittag** und mit den übrigen Spiralbogen die unendlich vielen imaginär gehenden vergangenen Nächte und Nachmittage. Die rote Markierung zu Beginn des äussersten Spiralbogens zeigt dabei die eingebettete aktuelle Uhrzeit.

Am Abend wiederholt sich der 12-stündige Anzeigemodus, jedoch mit Fokuswechsel **um Mitternacht.**

Resonierendes Halbsekunden-Doppelpendel

Zukunftspendel (vorne): Eine Halbsekunde der Zukunft ist mit dem Schlag gerade vergangen.

Vergangenheitspendel (hinten): Eine Halbsekunde der Vergangenheit ist mit dem Schlag gerade geworden.

Die Pendel schwingen exakt gegenphasig, sie resonieren. Das resonierende Halbsekunden-Doppelpendel der Zeit-Uhr H51 von Beat Haldimann ist eine Weltneuheit!

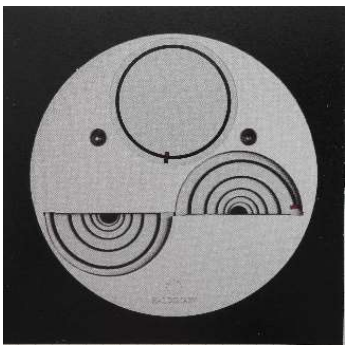
HALDIMANN
1642

Hinweise für das Ablesen der Zeit

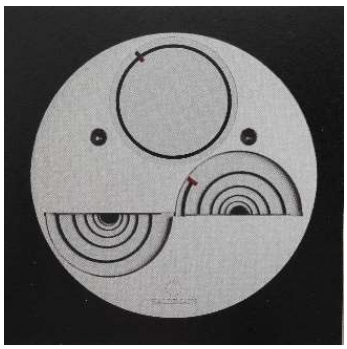
Wie alle mechanischen Uhren zeigt die Zeit-Uhr zweimal am Tag identische Zeigerstellungen. Die aktuelle Zeitangabe basiert auf der Vorinformation, ob zwischen Mitternacht und Mittag oder zwischen Mittag und Mitternacht auf die Uhr geschaut wird.

Die Zeit-Uhr ist die erste Uhr, welche den aktuellen objektiven Zeitpunkt (linearer Stundenzeiger) mit subjektiv interpretierbaren Zeitdauern (logarithmischer Suspiratenzeiger) kombiniert. Die Subjektivität besteht in der Empfindung von kommenden oder vergangenen Zeitdauern im Tagesablauf.

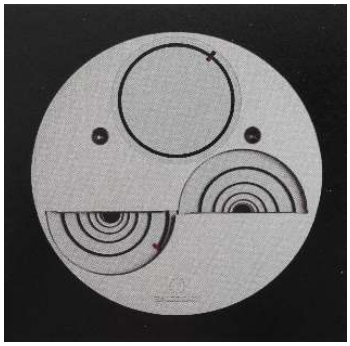
Beispiele:



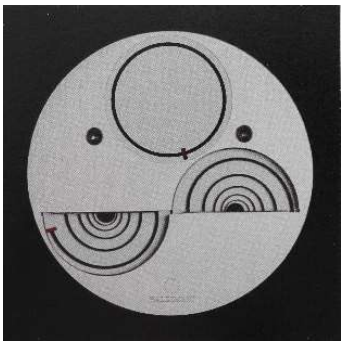
«Ich habe noch fast den ganzen Tag vor mir!»



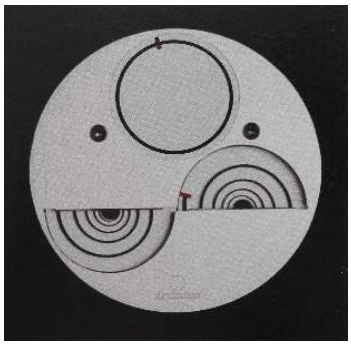
«Es reicht gerade noch für einen kurzen Besuch vor Mittag!»



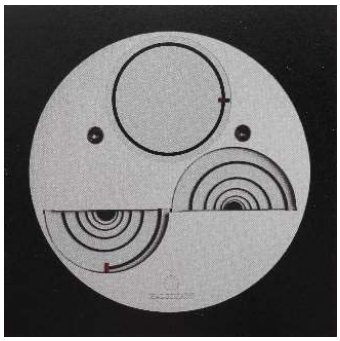
«Dieses Mittagessen hat aber gedauert!»



«Es war ein langer Tag!»



«Der schöne Abend neigt sich dem Ende!»



«Die halbe Nacht ist schon vorbei!»

Die ziffernlose Zeitanzeige der Zeit-Uhr verzichtet auf einen Minuten- und einen Sekundenzeiger. Entsprechend unscharf und gefühlt stationär ist die ablesbare Zeitangabe. Sie reduziert sich im Wesentlichen auf die Veränderungen der zukünftigen und vergangenen imaginären vier Tages-Zeitspannen: Vormittag, Nachmittag, Abend und Nacht.

Damit schenkt uns die Zeit-Uhr Zeit.

HALDIMANN
1642

Die Zeit-Uhr H51 wird in vier kulturell orientierten Modellen angeboten

Occident

Orient

Asian

Universe

Die Modelle orientieren sich an der kulturell bedingten Schreib- und Leserichtung. Wie die Psychologie aufzeigt, hat diese einen entscheidenden Einfluss auf unsere räumliche Vorstellung von der Zeit auf einem Blatt Papier.

Das Modell Occident der Zeit-Uhr H51 beispielsweise, orientiert sich an der Schreibrichtung der westlichen Welt, wo von links nach rechts geschrieben und gelesen wird. Die Zeit wird damit aus der Sicht des fixen «Jetzt» als Zukunft von rechts kommend und als Vergangenheit nach links gehend verbildlicht. Stundenzeiger, Zukunfts- und Vergangenheitszeiger sind entsprechend angeordnet.

* * *

Apropos

Warum sind die Spiralen halb abgedeckt?

Wir können räumlich nicht gleichzeitig nach vorne und nach hinten schauen! Ebenso kann sich die Zeit-Uhr nicht gleichzeitig auf die kommende Zukunft und die gehende Vergangenheit fokussieren. Darum sind die beiden Spiralen einseitig abgedeckt. Der Fokus des Betrachters (die rote Markierung) wechselt alle 6 Stunden von der einen Halbspirale zur anderen.

Analogie zu unserer Wahrnehmung des Raumes

Wir sehen vom Führerstand eines fahrenden Zuges die Landschaft auf uns zukommen. Die Häuser werden immer grösser! Im Rückspiegel sehen wir die Landschaft sich von uns entfernen. Die Häuser werden immer kleiner!

In Analogie dazu zeigt uns der Suspiratenzeiger immer länger werdende, auf uns zukommende imaginäre Zeitdauern der Zukunft sowie immer kürzer werdende, sich von uns entfernende imaginäre Zeitdauern der Vergangenheit.

Der Suspiratenzeiger atmet die Zeit ein und aus!

Wenn wir den Suspiratenzeiger im Zeitraffervideo betrachten (https://www.haldimann.swiss/zeit-uhr/), entsteht der Eindruck, dass er abwechselnd die kommende Tageszeit «einatmet» und anschliessend die vergangene Tageszeit «ausatmet». Daher sein Name vom lateinischen «Suspiratio», tiefer Atemzug.

Wir Menschen können jedoch diese langsame «Atmung» des Suspiratenzeigers nur diskontinuierlich direkt wahrnehmen, da die Spiralen im sehr langsamen 12-Stunden-Rhythmus rotieren. Aber allein schon die Tatsache, dass er dieses Phänomen zeigt, macht den Suspiratenzeiger einmalig.

Im Gegensatz dazu vermitteln alle herkömmlichen Zeiger der mechanischen Uhren unter einer Steigerung ihrer Rotationsgeschwindigkeiten nur die triviale Information «es geht einfach schneller».

Bemerkenswert ist ergänzend die Analogie, dass wir auch Farben und Töne nur in physikalisch beschränkten Bereichen direkt wahrnehmen können. Erst entsprechende Apparaturen ermöglichen es, diese Beschränkungen zu überschreiten.

Über 150-jährige mathematische Wurzeln

Aktuelle Studien der Wahrnehmungspsychologie zeigen immer wieder, dass wir die Welt vielfach logarithmisch wahrnehmen. Diesbezügliche wissenschaftliche Arbeiten über logarithmische Zusammenhänge von objektiven Reizintensitäten und subjektiv empfundenen Intensitäten von Sinneseindrücken wurzeln häufig im sogenannten «Weber-Fechner-Gesetz» von 1860. (Gustav Theodor Fechner; 1801 – 1887).

Obwohl das mathematische Modell der Zeitperspektive seinen eigenen Ansatz verfolgt, kann eine formal stringente Brücke zu dem «Weber-Fechner-Gesetz» gezeigt werden. Dabei werden die imaginären Zeitpunkte als objektive Reizintensitäten und die entsprechenden imaginären Zeitdauern als subjektive Empfindungen interpretiert (vgl. Zeit-Uhr: Mathematisches Modell).

2023/3.1 Hans Ammeter

HALDIMANN HOROLOGY • Villa Nussbühl • Riedstrasse 2 • CH-3600 Thun • Switzerland
info@haldimann.swiss • www.haldimann.swiss • Fon: +41 33 223 30 82 • UID: CHE-108.202.447

HALDIMANN
1642

Zeit-Uhr

Mathematisches Modell

Erkenntnisse der Wahrnehmungspsychologie zeigen die von uns Menschen angeborene Fähigkeit, Zahlen und Raum bildlich durch eine mentale Zahlenlinie zu verknüpfen, welche einer logarithmisch komprimierten Skala folgt. Erst durch die mathematische Ausbildung erwerben wir das lineare Zahlenverständnis.

Die Psychologie lehrt uns weiter, dass die Imagination von Zeitdauern ebenfalls entlang einer bildlichen mentalen Linie räumlich abgebildet wird. Diese sogenannte «Zeitlinie» ist mit der mentalen Zahlenlinie vergleichbar und damit auch logarithmisch komprimiert.

Im Rahmen der Zeit-Uhr wird die mentale Zeitlinie als imaginäre Zeitperspektive bezeichnet und durch die Bogenlängen einer logarithmischen Spirale mit negativem Steigungsparameter modelliert.

Das Zeit-Zeit-Modell

Es sei der Radius einer normierten logarithmischen Spirale in Polarkoordinaten

$$r\,(2\pi\, t) = \frac{e^{a2\pi|t|}}{2\pi}$$

t	*$t \in (-\infty, \infty)$, imaginärer Zeitpunkt in der Vergangenheit ($t < 0$) oder in der Zukunft ($t > 0$), gemessen in Anzahl Halbtagen (Zeiteinheit 12 Stunden) vom «Jetzt» ($t=0$) entfernt*
$2\pi t$	*Polarwinkel für den Zeitpunkt t*
a	*Steigungsparameter $a < 0$*
a = 0	*Spezialfall: Kreis*

Anmerkung:
Die Variable t des Modells (Anzahl Halbtage) ist spezifisch für die Zeit-Uhr gewählt. Der Modellansatz an sich ist unabhängig von der gewählten Dimension von t.

Damit sei die ***Zeit-Zeit-Intensität*** *z(t)* eines imaginären Zeitpunktes *t* definiert durch die Ableitung der Stammfunktion *Z(t)* zur Berechnung von Bogenlängen von logarithmischen Spiralen

$$Z(t) = \frac{\sqrt{1+a^2}}{a2\pi} e^{a2\pi|t|}$$

$$\frac{d}{dt} Z(t) := z(t) = \sqrt{1+a^2}\, e^{a2\pi|t|}$$

insbesondere

$t = 0$ und $a < 0$ $\rightarrow$ $z(t) = \sqrt{1+a^2} > 1$ (!)

$a = 0$ $\rightarrow$ $z(t) = 1$ für alle t (lineare Zeit-Zeit-Intensität = Uhr-Zeit-Intensität)

und mithin die ***Zeit-Zeit-Dauer*** $Z(t_1,t_2)$ der imaginären Zeitspanne vom Zeitpunkt t_1 bis zum Zeitpunkt t_2, definiert als bestimmtes Integral über die Zeit-Zeit-Intensität $z(t)$, dargestellt als Spiralbogenlänge zwischen den Polarwinkeln $2\pi|t_1|$ und $2\pi|t_2|$:

$$Z(t_1, t_2) = \frac{\sqrt{1+a^2}}{a2\Pi}\left(e^{a2\pi|t_2|} - e^{a2\pi|t_1|}\right)$$

$0 \leq |t_1| \leq |t_2|$ *t_1, t_2 zwei imaginäre Zeitpunkte, beide in der Vergangenheit oder beide in der Zukunft*

insbesondere für

$a \to 0$ $\lim_{a\to 0} Z(t_1,t_2) \to |t_2| - |t_1|$

Grenzwert der Zeit-Zeit-Dauer ist die herkömmliche Uhr-Zeit-Dauer (!)

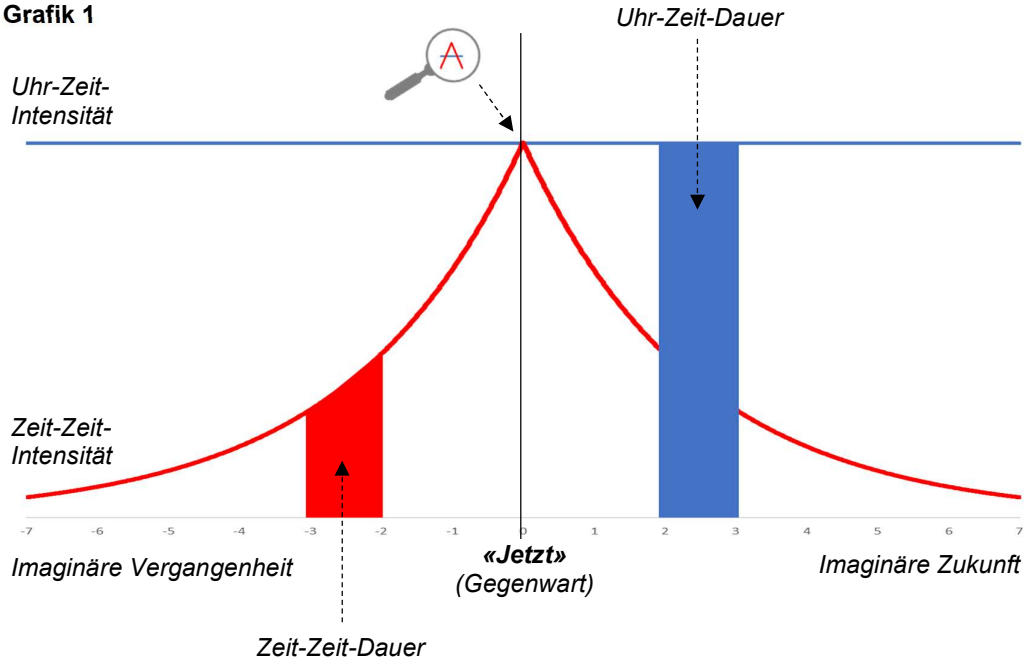
$|t| \to \infty$ $\lim_{|t|\to\infty} Z(0,|t|) = -\frac{\sqrt{1+a^2}}{a2\Pi}$

Endliche Bogenlänge bei unendlicher Zeit (!)

Der zur Kalibrierung der Zeit-Uhr in der Tat numerisch verwendete Steigungsparameter *a*, wird als «Bürgi-Parameter»* $\boldsymbol{a_B}$ bezeichnet.

**Gewidmet Jost Bürgi (1552-1632),*
Schweizer Uhrmacher, Erfinder von astronomischen Instrumenten und Mathematiker

Grafik 1

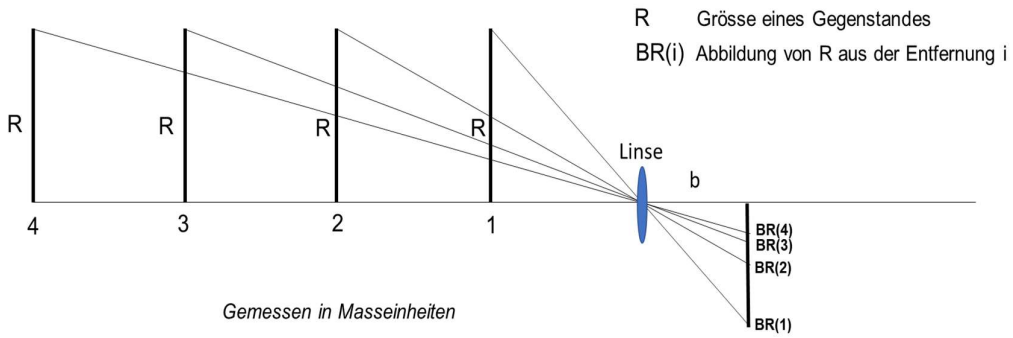


Zur Quantifizierung des «Bürgi-Parameters»

Vorbemerkung:

Die Quantifizierung des Steigungsparameters der logarithmischen Spiralen für die Konstruktion der Zeit-Uhr ist im Sinne eines philosophischen Gedankenganges, gestützt auf mathematische Zusammenhänge, zu verstehen.

Unsere perspektivische Wahrnehmung des Raumes basiert physikalisch im Wesentlichen auf den Regeln des «Strahlensatzes» in der Mathematik.



Also $\frac{R}{n} = \frac{BR(n)}{b}$ und damit $BR(n) = \frac{1}{n} BR(1)$

Das Auge sieht jedoch nicht eindimensional, sondern Flächen innerhalb des Gesichtsfeldes.

Anmerkung:

Die räumliche Wahrnehmung der Umwelt entsteht erst über das stereoskopische Sehen unserer beidäugigen Betrachtung von Objekten, zusammen mit der Modellierung der Bilder durch das Sehzentrum des Gehirns. Für die Quantifizierung des «Bürgi-Parameters» ist dies nicht relevant.

Das von unserem Auge durch die Raum-Perspektive imaginär wahrgenommene Bild einer Kreisfläche $BK(1)$ mit Radius $R = BR(1)$ schrumpft damit mit zunehmendem Abstand, $n \geq 1$ Masseinheiten vom Auge entfernt, auf

$BK(n) = BR(1)^2 \frac{\pi}{n^2}$; gemessen in $BR(1)^2$ auf $\frac{\pi}{n^2}$

Andererseits schrumpft nach dem Formalismus der Zeit-Perspektive die Zeit-Zeit-Dauer mit zunehmendem Abstand, n ≥ 1 Masseinheiten vom «Jetzt» entfernt, auf

$Z(n-1, n) = T(a) e^{a2\pi n}$; gemessen in *T(a)* auf $e^{a2\pi n}$

mit

$$T(a) = \frac{\sqrt{1+a^2}}{a2\pi}(1 - e^{-a2\pi})$$

Beide Abbildungen beschreiben mit $n \to \infty$ eine Formalisierung von Unendlichkeit.

Ausgehend davon, dass sowohl die formalisierte physikalische Raum-Perspektive als auch die postulierte bildlich mentale Zeit-Perspektive etwas vom Wesen unserer kognitiven Verarbeitung von Unendlichkeit spiegeln, sei der Ansatz

$$\frac{\pi}{n^2} \sim e^{a2\pi n} \qquad \sim \text{ es besteht heuristisch eine Affinität}$$

und darauf basierend die funktionale Beziehung

$$a(x) := \frac{ln\left(\frac{\Pi}{x^2}\right)}{2\pi x} \qquad x \in \mathbb{R},\ x \geq \sqrt{\pi} \quad \lim_{x\to\infty} a(x) = 0$$

Für den Steigungsparameter *a* einer logarithmischen Spirale gilt allgemein: Je grösser |a|, desto trennschärfer sind die Spiralbogen, das heisst, desto grösser sind die Abstände zwischen ihnen.

Durch

$$\frac{d}{dx} a(x) := 0$$

zeigt sich, dass $a(x)$ ein eindeutiges Minimum aufweist und damit im Kontext der Verbindung von Raum- und Zeit-Perspektive eine maximal trennscharfe Spirale generiert.

$$\min a(x) = a\left(e\sqrt{\pi}\right) = -\frac{1}{e\Pi^{1.5}} = \mathbf{-\ 0.066066} := \boldsymbol{a_B}$$

Für $x = e\sqrt{\Pi} = 4.818$ Mass-, beziehungsweise Zeiteinheiten vom «Hier» und «Jetzt» entfernt, weisen damit die Raum-Perspektive und die Zeit-Perspektive unter den obigen Annahmen eine formal eindeutige, identische Schrumpfung der modellierten Wahrnehmung des Raumes und der Zeit auf.

Anmerkung:

So wie das Zeit-Zeit-Modell an sich unabhängig von der Dimension der gewählten Zeiteinheiten ist, sind die von uns Menschen wahrgenommenen zentralperspektivischen Grössen/Abstand-Verhältnisse unabhängig vom Fokus auf einzelne Objekte, seien sie nah oder fern.

Unser Auge kann nicht «zoomen», also Objekte beim Sehen näher heranholen oder weiter wegrücken. Es ist nur in der Lage, mit seinem perspektivischen Blick, sich auf nahe und ferne Objekte zu fokussieren und diese scharf zu sehen. Das geschieht durch die sogenannte Akkommodation, die muskulär erzeugte Veränderung der Linsenkrümmung.

HALDIMANN
1642

Vergleich des Zeit-Zeit-Modells mit dem Weber-Fechner-Gesetz der Psychophysik

Viele wissenschaftliche Arbeiten der Wahrnehmungspsychologie über logarithmische Zusammenhänge von objektiven Reizintensitäten und subjektiv empfundenen Intensitäten von Sinneseindrücken wurzeln im «Weber-Fechner-Gesetz» (Gustav Theodor Fechner; 1801 – 1887).

Das mathematische Modell der Zeit-Uhr basiert auf der logarithmischen Spirale. Die Frage stellt sich, ob und gegebenenfalls wie das Zeit-Zeit-Modell und das Weber-Fechner-Gesetz zusammenhängen.

Das Weber-Fechner-Gesetz

Mit den spezifischen Bezeichnungen der Psychophysik in der Fachliteratur

R Physikalisch messbarer Reiz
E Empfindungsstärke des Reizes
c_1 Konstante

ist das Fechnersche Gesetz definiert durch

$$\Delta E := c_1 \frac{\Delta R}{R}$$

und daraus durch Integration abgeleitet das Weber-Fechner-Gesetz, hier differenziert durch zwei Konstanten und einen Schwellenreiz,

$$\boldsymbol{E(R) = c_2 + c_1 \ln\left(\frac{R}{R_0}\right)}$$

mit

R_0 Schwellenreiz (kleinster Reiz, welcher noch eine Empfindung auslöst)
c_1, c_2 Konstanten
$ln(.)$ Natürlicher Logarithmus

Insbesondere gilt

$$\lim_{R \to \infty} E(R) = \infty$$

Die Empfindungsstärke wächst formal unbegrenzt bei unbegrenzt wachsendem Reiz. Selbstredend sind Reiz und Empfindungsstärke in der Praxis immer begrenzt, was beschränkte Anwendungsmöglichkeiten für das Weber-Fechner-Gesetzes bedeutet.

Das Zeit-Zeit-Modell der Zeit-Uhr

Der Modell-Ansatz für die Zeit-Zeit führt über die imaginären sogenannten Zeit-Zeit-Intensitäten und deren bestimmten Integrale zu imaginären Zeit-Zeit-Dauern, mathematisch modelliert durch die Spiralbogenlängen der logarithmischen Spirale (vgl. oben).

Die Spiralbogenlänge der Zeitspanne *(0,|t|)* ist bestimmt durch

$$Z(0,t) = \frac{\sqrt{1+a^2}}{a2\Pi}\left(e^{a2\pi|t|} - e^{a2\pi|0|}\right)$$

sowie deren Normierung mit *Z(0,1)* durch

$$\boldsymbol{B(0,t) := \frac{Z(0,t)}{Z(0,1)} = \frac{1-e^{a2\pi|t|}}{1-e^{a2\pi}}}$$ *(Partialsumme einer geometrischen Folge)*

B(0,t) beschreibt das dimensionslose Verhältnis der bildlichen mentalen Dauer *Z(0,t)* zu *Z(0,1)*. Sinngemäss ist dies zu vergleichen mit $E(R)/E(R_0)$ des Weber-Fechner Ansatzes. Eine absolute Dauer einer imaginären Zeitspanne ist selbstredend nicht messbar.

Insbesondere gilt

$$B(0,\infty) = \frac{1}{1-e^{a2\pi}}$$ *(Gesamtbogenlänge der logarithmischen Spirale)*

Im Gegensatz zum Weber-Fechner-Gesetz wird damit im Zeit-Zeit-Modell die Empfindungsstärke bei unbegrenzt wachsendem Reiz als begrenzt modelliert.

Direkter Vergleich des Weber-Fechner-Gesetzes mit dem Zeit-Zeit-Modell

Formal:

Weber-Fechner-Gesetz: $E(R) = c_2 + c_1\, ln\left(\frac{R}{R_0}\right)$

$$E(e^{R+d}) = c_2 + c_1 \ln\left(\frac{e^{R+d}}{R_0}\right)$$

$$E(e^{R+d}) - E(e^R) = \boldsymbol{c_1 d}$$

$d \geq 0$ Konstante

Zeit-Zeit-Modell: $B(0,t) = \frac{1-e^{a2\pi|t|}}{1-e^{a2\pi}}$

$$B(0,t+d) - B(0,t) = \frac{1}{1-e^{a2\pi}}\left(e^{a2\pi|t|} - e^{a2\pi(|t|+d)}\right) = \boldsymbol{De^{a2\pi|t|}}$$

$D = \frac{1-e^{a2\pi d}}{1-e^{a2\pi}}$; $d \geq 0$; *a < 0* *Konstanten*

Verbal:

Weber-Fechner:
«Exponentiell wachsender Reiz bewirkt linearen Zuwachs der Empfindung.»

Zeit-Zeit-Modell:
«Linear wachsender Reiz bewirkt exponentiell schrumpfenden Zuwachs der Empfindung.»

Approximation des Zeit-Zeit-Modells durch den Weber-Fechner-Ansatz

Um den formalen Vergleich dieser zwei Modelle zu veranschaulichen, sei das Zeit-Zeit-Modell unter einschränkenden Nebenbedingungen durch das Weber-Fechner-Gesetz zu approximieren.

Seien im Sinne des Weber-Fechner-Gesetzes die imaginären numerischen Zeitpunkte t des Zeit-Zeit-Modelles interpretiert als objektive Reizintensitäten und die imaginären relativen Zeitdauern $B(0,t)$ als subjektive Empfindungen der Zeitdauern von t Zeiteinheiten.

Weiter sei t_0 betrachtet als Schwellenreiz, sinngemäss vergleichbar mit R_0 von Weber-Fechner.

Im Zeit-Zeit-Modell ist $|t_0| := 1$ und damit

$B(0,t_0) = B(0,1) = 1$

sowie aus

$B(0,t_1) := 2$ -> $|t_1| = \frac{1}{a2\pi} ln(2e^{a2\pi} - 1) = 2.74$

Der Reiz des imaginären Zeitpunktes t_0 löst also 1 Empfindungseinheit aus und der Reiz des imaginären Zeitpunktes t_1 bewirkt 2 Empfindungseinheiten. $|t_1 - t_0| = 1.74$ entspricht sinngemäss einer «JND» (*Just Noticeable Difference)* in der Terminologie der Psychophysik.

Werden damit für die angestrebte Approximation die Weber-Fechner-Konstanten c_1 und c_2 durch das Gleichungssystem

$B(0,1) \quad = c_2 + c_1\, ln\left(\frac{1}{1}\right) := 1$

$B(0, 2.74) \quad = c_2 + c_1\, ln\left(\frac{2.74}{1}\right) := 2$

geschätzt, resultiert

$c_2 = 1$ und $c_1 = 0.99\ldots \sim 1.0$

mithin die exemplarische numerische Approximation des Zeit-Zeit-Modelles durch das Weber-Fechner-Gesetz

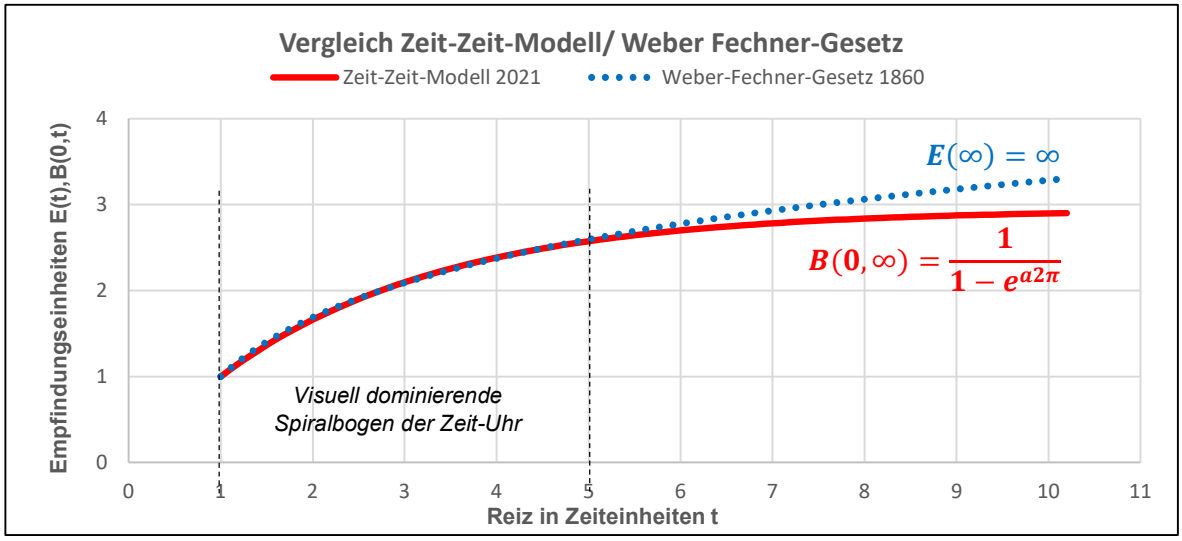
$$\boldsymbol{B(0,t)} \approx 1 + \boldsymbol{ln}(|\boldsymbol{t}|)$$

Fazit:

Unter den vorgegebenen Nebenbedingungen und $|t| \leq 5$ liefert das Weber-Fechner-Gesetz eine sehr gute Übereinstimmung mit dem Zeit-Zeit-Modell. Für $|t| > 5$ divergieren die beiden Modelle zunehmend *(vgl. Grafik 2)*.

Es ist interessant anzufügen, dass gerade diese sehr gut approximierten 5 längsten Spiralbogen den optisch faszinierenden Gesamteindruck der Zeit-Uhr stark prägen.

Grafik 2



Dank

Für die wertvollen Hinweise auf ausgewählte Studien, welche sich auf die logarithmische Wahrnehmung von bildlichen mentalen Zahlenlinien und Zeitlinien beziehen, gilt ein ganz besonderer Dank Prof. Dr. Fred Mast, Head of Cognitive Psychology, Perception and Research Methods, University of Bern, und seinen Mitarbeitern, insbesondere konkret Dr. Matthias Maalouli-Hartmann für folgende Einstiegsanregungen:

https://www.sciencedaily.com/releases/2008/05/080529141344.htm
https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1053810009000877?casa_token=62vEk6YtSS-wAAAAA:KemU0B5a4hy2CvN_eD3pEmqUF22iq3cXP-cPi6W_AxS-21-6mDI1LLTp2xmvA-TuS5RvnQFUs8M2T
https://www.biorxiv.org/content/10.1101/2021.10.25.465750v1.abstract

2023/3.1 Hans Ammeter